

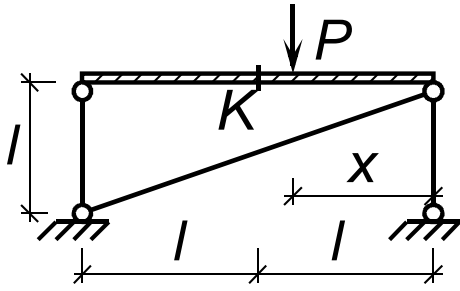
Олимпиада по сопротивлению материалов СГУПС-2016

	Шифр	Фамилия	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	S
1	119378	Путилов Р.И. СМТ-211	1,0	2,016	0,7	1,411	0,3	0,605	1,1	1,613	1,0	2,016	7,662
2	295402	Шохирев М.В. СМТ-213	0,6	1,210	0,4	0,807	0,3	0,605	1,0	1,466	1,0	2,016	6,104
3	275930	Куксина С.М. СМТ-213	0,3	0,605	0,5	1,008	0,0	0,000	1,0	1,466	1,0	2,016	5,096
4	421502	Антонов М.А. СМТ-212	0,4	0,807	1,0	2,016	0,3	0,605	1,0	1,466	0,0	0,000	4,894
5	917451	Поляков Е.Ю. СМТ-214	0,9	1,815	0,2	0,403	0,6	1,210	1,0	1,466	0,0	0,000	4,894
6	329126	Калашников А.В. СМТ-213	0,0	0,000	0,7	1,411	1,0	2,016	0,5	0,733	0,0	0,000	4,161
7	698114	Иванов Е.О. СМТ-211	0,7	1,411	0,0	0,000	0,3	0,605	1,0	1,466	0,2	0,403	3,886
8	938005	Булатов К.Э. СА-211	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	2,016	0,9	1,320	0,2	0,403	3,739
9	936493	Корнева А.С. СД-211	0,3	0,605	0,2	0,403	0,3	0,605	1,0	1,466	0,3	0,605	3,684
10	694762	Гребенников И.О. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,9	1,320	0,9	1,815	3,336
11	359274	Меркушев А.О. СП-212	0,1	0,202	0,1	0,202	0,3	0,605	0,9	1,320	0,3	0,605	2,933
12	461259	Комардинкин Р.А. СД-214	0,4	0,807	0,0	0,000	0,3	0,605	1,0	1,466	0,0	0,000	2,878
13	627460	Ольгезер В.А. СМТ-213	0,1	0,202	1,0	2,016	0,1	0,202	0,0	0,000	0,2	0,403	2,823
14	376893	Гнездилов А.Д. СД-214	1,0	2,016	0,3	0,605	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	2,621
15	840505	Лукинова Н.Н. СД-213	0,3	0,200	0,3	0,605	0,0	0,000	1,0	1,466	0,0	0,000	2,271
16	900418	Лысанова Т.А. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,9	1,815	0,0	0,000	0,2	0,403	2,218
17	500170	Гибало Е.А. СМТ-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,9	1,815	0,1	0,147	0,1	0,202	2,163
18	557668	Семенов А.В. СД-214	0,1	0,202	0,0	0,000	0,6	1,210	0,3	0,440	0,0	0,000	1,851
19	575069	Новикова Е.М. СП-211	0,0	0,000	0,5	1,008	0,0	0,000	0,4	0,587	0,1	0,202	1,796
20	109111	Сакурин А.В. СД-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,4	0,807	0,3	0,440	0,2	0,403	1,650
21	389232	Шелковникова А.И. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,5	1,008	0,4	0,587	0,0	0,000	1,595
22	467275	Мишин Е.А. СД-213	0,1	0,202	0,0	0,000	0,4	0,807	0,1	0,147	0,0	0,000	1,155
23	130310	Красник Е.В. ММ-212	0,0	0,000	0,1	0,202	0,1	0,202	0,3	0,440	0,1	0,202	1,045
24	740321	Лютиков В.А. ММ-212	0,0	0,000	0,3	0,605	0,0	0,000	0,0	0,000	0,2	0,403	1,008
25	744983	Антонов А.И. ММ-213	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,1	0,147	0,3	0,605	0,953
26	719534	Чернавин Р.В. СМТ-212	0,2	0,403	0,0	0,000	0,0	0,000	0,2	0,293	0,1	0,202	0,898
27	676363	Куприков А.А. СП-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,6	0,880	0,0	0,000	0,880
28	126606	Головин А.А. ММ-212	0,4	0,807	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,807
29	924929	Банщикова Ю.С. СП-211	0,1	0,202	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,440	0,0	0,000	0,642
30	172124	Трифонов Е.С. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,3	0,440	0,0	0,000	0,642
31	559174	Королева М.А. ММ-212	0,0	0,000	0,2	0,403	0,1	0,202	0,0	0,000	0,0	0,000	0,605
32	913609	Гусева Д.В. СД-214	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,2	0,293	0,0	0,000	0,495
33	104229	Коновалов Н.А. СП-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,440	0,0	0,000	0,440
34	613176	Каширцев Д.В. ММ-212	0,0	0,000	0,2	0,403	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,403
35	642552	Кулинич Д.И. СП-211	0,2	0,403	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,403
36	421318	Дмитриенко О.В. СП-211	0,0	0,000	0,1	0,202	0,0	0,000	0,1	0,147	0,0	0,000	0,348
37	776948	Есенков М.Г. СА-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,1	0,147	0,0	0,000	0,348
38	802589	Омельченко В.А. СЭН-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,1	0,147	0,0	0,000	0,348
39	956771	Арутюнян Т.Э. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,202	0,0	0,000	0,0	0,000	0,202
40	894145	Сизов И.М. СМТ-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,147	0,0	0,000	0,147
40				2,016		2,016		2,016		1,466		2,016	

- 1 **МТ - 28,65**
- 2 **СЖД - 15,19**
- 3 **ПГС - 11,88**
- 4 **УТТК - 4,42**

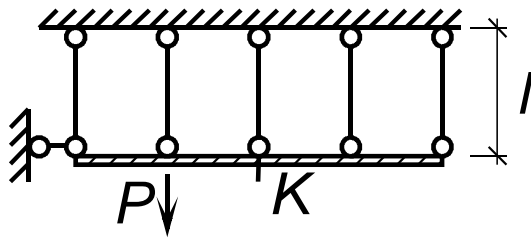
Олимпиада по сопротивлению материалов, I тур, СГУПС, 31 марта 2016г.

1



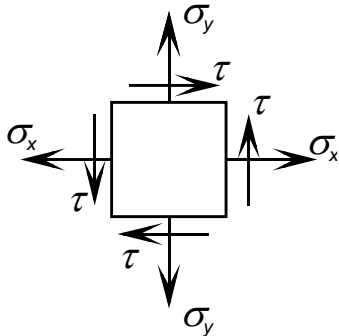
Абсолютно жесткий брус опирается на три стержня. При этом известны вертикальное перемещение точки K , равное v_K и угол поворота балки $\varphi = v_K / (4l)$ (по часовой стрелке). Найти величину силы P и точку её приложения.
 v_K, l, E, A – заданы.

2



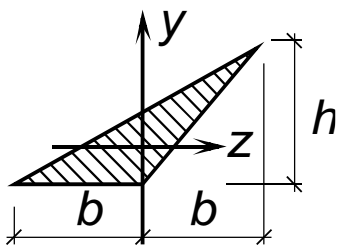
Абсолютно жесткая балка подвешена на пяти одинаковых стержнях жесткостью EA и нагружена силой P . Найти перемещение точки K .
 P, l, EA – заданы.

3



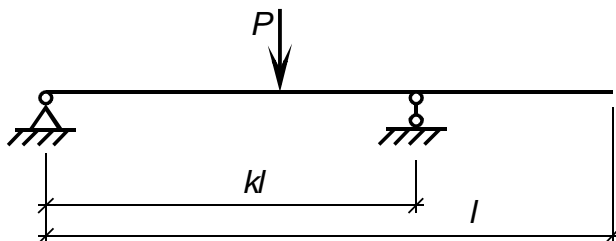
При каком соотношении напряжений σ_x, σ_y и τ элемент испытывает чистый сдвиг?

4



Задана фигура в форме треугольника. Оси yz – центральные, при этом ось y проходит через вершину треугольника. Найти момент инерции относительно оси y .

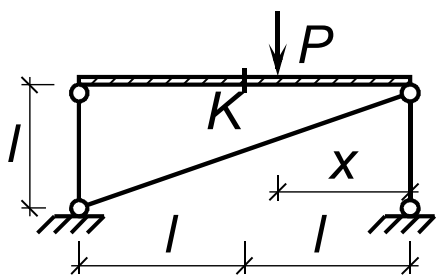
5



По балке длиной l движется сила P . Где следует установить опору (чему должно быть равно k), чтобы грузоподъемность балки была максимальной?

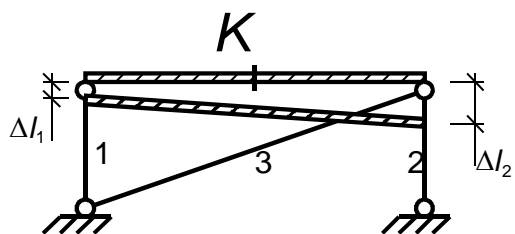
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1



Абсолютно жесткая балка опирается на три стержня. При этом известны перемещение точки K , равное v_K и угол поворота балки $\varphi = v_K / (4l)$ (по часовой стрелке). Найти величину силы P и точку её приложения.

v_K, l, E, A – заданы



Обозначим Δl_1 и Δl_2 - деформации вертикальных стержней.

Из геометрических соображений получим

$$\Delta l_1 = v_K - l \cdot \operatorname{tg} \varphi \text{ и } \Delta l_2 = v_K + l \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Учитывая, что при малых углах $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ перепишем эти соотношения в виде

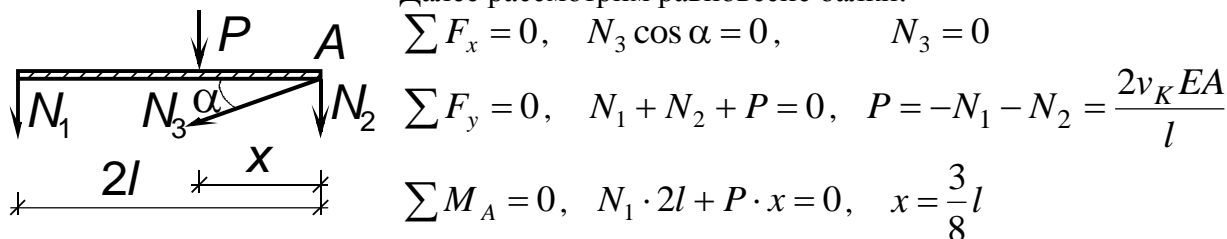
$$\Delta l_1 = v_K - l \cdot \varphi = v_K - l \frac{v_K}{4l} = \frac{3}{4} v_K$$

$$\Delta l_2 = v_K + l \cdot \varphi = v_K + l \frac{v_K}{4l} = \frac{5}{4} v_K$$

Из закона Гука найдем усилия в стержнях 1 и 2 (учтем, что стержни сжимаются):

$$N_1 = -\frac{\Delta l_1 EA}{l} = -\frac{3v_K EA}{4l}, \quad N_2 = -\frac{\Delta l_2 EA}{l} = -\frac{5v_K EA}{4l}$$

Далее рассмотрим равновесие балки:

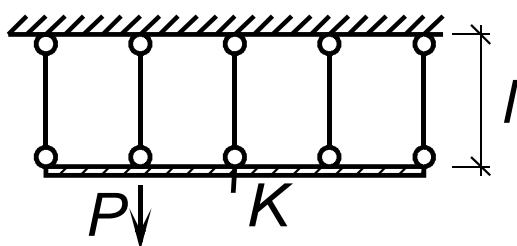


$$\sum F_x = 0, \quad N_3 \cos \alpha = 0, \quad N_3 = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad N_1 + N_2 + P = 0, \quad P = -N_1 - N_2 = \frac{2v_K EA}{l}$$

$$\sum M_A = 0, \quad N_1 \cdot 2l + P \cdot x = 0, \quad x = \frac{3}{8} l$$

Задача 2

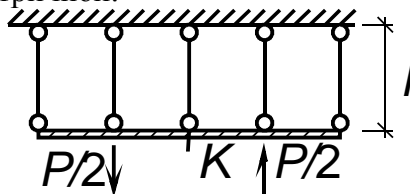
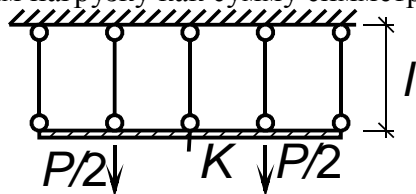


Абсолютно жесткая балка подвешена на пяти одинаковых стержнях и нагружена силой P . Найти перемещение точки K .

P, l, E, A – заданы.

Перемещение сечения K равно удлинению среднего стержня.

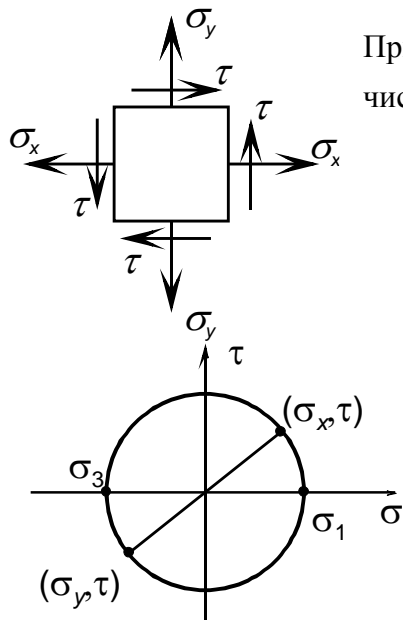
Представим нагрузку как сумму симметричной и кососимметричной:



Ясно, что от кососимметричной нагрузки перемещение сечения K равно нулю. Симметричная нагрузка распределяется равномерно между стержнями, т.е. $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N_5 = \frac{P}{5}$. Тогда

$$\text{иск. перемещение } \Delta = \frac{Pl}{5EA}.$$

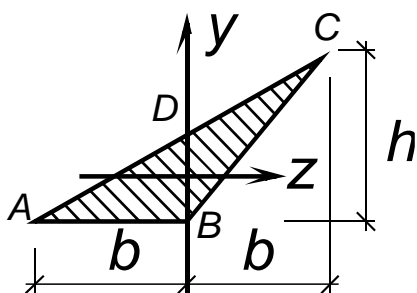
Задача 3



При каком соотношении напряжений σ_x , σ_y и τ элемент испытывает чистый сдвиг?

При чистом сдвиге главные напряжения $\sigma_1 = -\sigma_2$. Изобразим круг Мора. Так как главные напряжения отличаются только знаком, то центр круга совпадает с началом координат в осях σ - τ . Из круга Мора видно, что для чистого сдвига необходимо чтобы $\sigma_x = -\sigma_y$, при этом τ может принимать любое значение.

Задача 4



Задана фигура в форме треугольника. Оси yz – центральные, при этом ось y проходит через вершину треугольника. Найти момент инерции относительно оси y .

Разобьем исходный треугольник ABC на два: ABD и BCD . Очевидно, что ось y является медианой треугольника ABC . Отсюда $DB = 0,5h$.

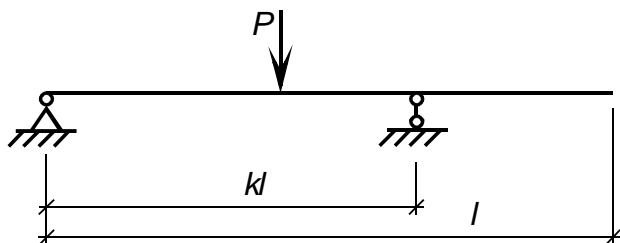
Момент инерции треугольников ABD и BCD относительно основания будет одинаков и равен

$$J_y = \frac{b^3 \cdot 0,5h}{12}.$$

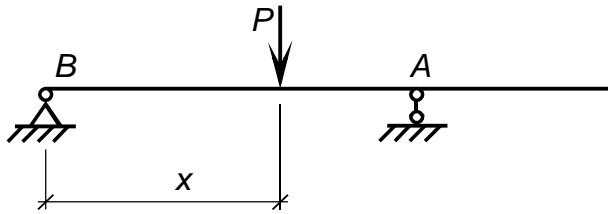
Для исходного треугольника ABC получим момент инерции как сумму моментов инерции треугольников ABD и BCD :

$$J_y = \frac{b^3 \cdot 0,5h}{12} + \frac{b^3 \cdot 0,5h}{12} = \frac{b^3 h}{12}.$$

Задача 5



По балке длиной l движется сила P . Где следует установить опору (чему должно быть равно k), чтобы грузоподъемность балки была максимальной?



Очевидно, что для наибольшей грузоподъемности балки необходимо, чтобы наибольшие положительный и отрицательный изгибающие моменты были равны по абсолютной величине.

Найдем наибольший положительный. Для этого определим опорную реакцию в точке B при произвольном положении силы:

$$R_B = \frac{P(kl - x)}{kl}.$$

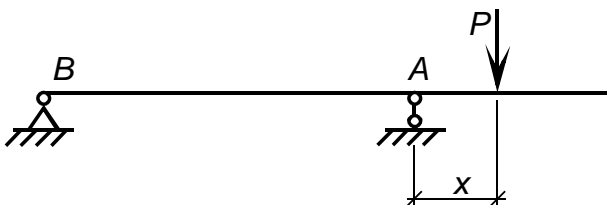
Изгибающий момент в сечении под силой равен:

$$M = R_B x = \frac{P(kl - x)}{kl} x = \frac{P}{kl} (klx - x^2)$$

Найдем максимум этой функции:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{P}{kl} (kl - 2x) = 0, \quad x = 0,5kl$$

$$M_{\max+} = \frac{P}{kl} \left[kl \cdot \frac{kl}{2} - \left(\frac{kl}{2} \right)^2 \right] = \frac{Pkl}{4}$$



Найдем теперь наибольший отрицательный момент:

$$M_{\max-} = -Px.$$

Наибольшего (по модулю) значения момент достигает при максимальном x, т.е., при $x = l - kl = l(1 - k)$.

Момент равен $M_{\max-} = -Pl(1 - k)$.

Приравнивая модули моментов, получим

$$\frac{Pkl}{4} = Pl(1 - k), \quad 0,25k = 1 - k, \quad k = 0,8$$