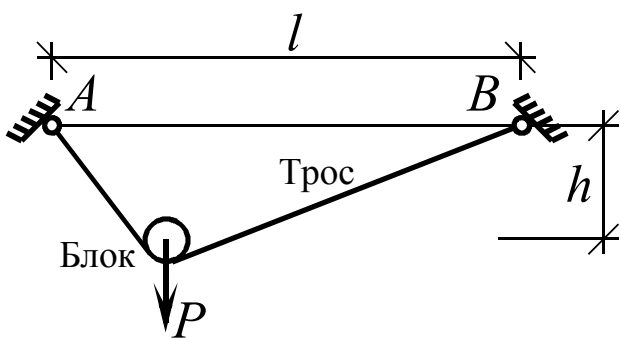
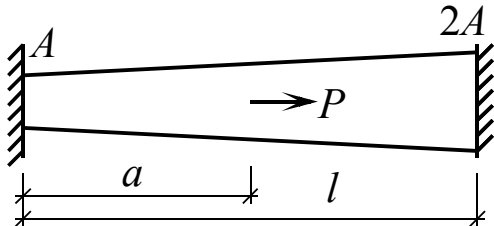
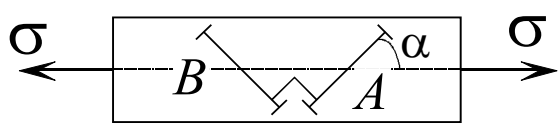
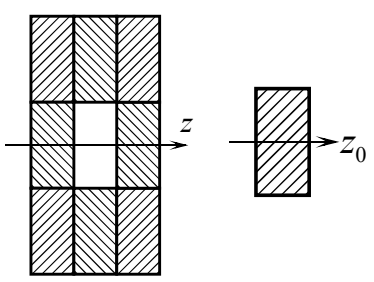
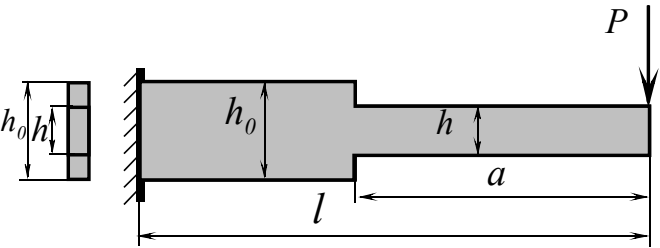


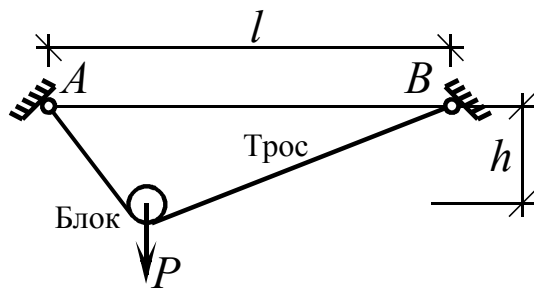
Олимпиада по сопротивлению материалов СГУПС-2017

	Шифр	Фамилия	1	1		2	3	3	4	4	5	5	Σ
1	771306	Лаппи Д.Ю. СМТ-213	0,8	1,639	0,4	0,972	1,0	1,752	1,0	1,154	0,7	1,946	7,462
2	270649	Мосин И.А. СМТ-213	0,5	1,024	0,6	1,457	1,0	1,752	0,6	0,692	0,1	0,278	5,204
3	903292	Экова А.А. СП-212	0,8	1,639	1,0	2,429	0,0	0,000	0,8	0,923	0,0	0,000	4,991
4	929403	Мухин А.А. СМТ-214	0,5	1,024	0,3	0,729	0,8	1,401	0,9	1,038	0,2	0,556	4,749
5	878673	Сабянина А.В. СМТ-211	0,5	1,024	0,3	0,729	0,5	0,876	1,0	1,154	0,0	0,000	3,783
6	580002	Акилина А.С. СМТ-214	0,2	0,410	0,7	1,700	0,8	1,401	0,2	0,231	0,0	0,000	3,742
7	649636	Чалова М.П. СМТ-211	0,0	0,000	0,6	1,457	0,6	1,051	1,0	1,154	0,0	0,000	3,662
8	322011	Зубов М.Ю. СП-211	0,8	1,639	0,3	0,729	0,0	0,000	1,0	1,154	0,0	0,000	3,521
9	502742	Федоренко В.А. СМТ-214	0,2	0,410	0,1	0,243	0,8	1,401	1,0	1,154	0,0	0,000	3,208
10	606302	Баранова М.Д. СМТ-212	0,0	0,000	0,1	0,243	0,8	1,401	1,0	1,154	0,0	0,000	2,798
11	841209	Ардышев И.К. СД-215	0,7	1,434	0,1	0,243	0,0	0,000	0,9	1,038	0,0	0,000	2,715
12	891179	Мухамедова А.Т. СП-212	0,2	0,410	0,3	0,729	0,1	0,175	1,0	1,154	0,0	0,000	2,467
13	789169	Кубраков Н.Р. СМТ-214	0,0	0,000	0,0	0,000	0,7	1,226	1,0	1,154	0,0	0,000	2,380
14	170117	Самусева Е.А. СП-211	0,0	0,000	0,3	0,729	0,4	0,701	0,8	0,923	0,0	0,000	2,352
15	518281	Макаров А.А. СД-211	0,1	0,205	0,3	0,729	0,1	0,175	1,0	1,154	0,0	0,000	2,262
16	910486	Касьянов А.Ю. СМТ-212	0,0	0,000	0,5	1,214	0,0	0,000	0,9	1,038	0,0	0,000	2,253
17	255407	Остертаг Н.П. СД-214	0,0	0,000	0,3	0,729	0,5	0,876	0,2	0,231	0,1	0,278	2,113
18	994132	Дрозд Т.А. СП-211	0,2	0,000	0,3	0,729	0,0	0,000	0,5	0,577	0,2	0,556	1,862
19	193514	Шамраева Т.А. СП-212	0,2	0,410	0,1	0,243	0,0	0,000	1,0	1,154	0,0	0,000	1,806
20	164589	Донцова Е.Д. СД-215	0,2	0,410	0,1	0,243	0,0	0,000	0,8	0,923	0,0	0,000	1,576
21	727300	Ошлокова А.А. СД-212	0,0	0,000	0,4	0,972	0,0	0,000	0,5	0,577	0,0	0,000	1,548
22	321136	Кичкина М.С. СД-213	0,1	0,205	0,3	0,729	0,0	0,000	0,5	0,577	0,0	0,000	1,510
23	176660	Баранова П.Д. ММ-211	0,2	0,410	0,0	0,000	0,1	0,175	0,8	0,923	0,0	0,000	1,508
24	725789	Рябокоть Н.Н. СД-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,8	0,923	0,2	0,556	1,479
25	949946	Солодов С.А. СД-211	0,3	0,615	0,0	0,000	0,0	0,000	0,7	0,808	0,0	0,000	1,422
26	603806	Штраух М.А. СП-212	0,0	0,000	0,1	0,243	0,0	0,000	1,0	1,154	0,0	0,000	1,397
27	170408	Кленов А.С. СМТ-211	0,3	0,615	0,0	0,000	0,1	0,175	0,5	0,577	0,0	0,000	1,367
28	164839	Зизевских В.Е. СП-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,175	1,0	1,154	0,0	0,000	1,329
29	400784	Ярочкин Н.С. СД-214	0,0	0,000	0,3	0,729	0,0	0,000	0,5	0,577	0,0	0,000	1,306
30	890828	Котова П.Е. СД-214	0,1	0,205	0,1	0,243	0,1	0,175	0,5	0,577	0,0	0,000	1,200
31	524225	Лесогор А.А. СП-211	0,0	0,000	0,1	0,243	0,0	0,000	0,8	0,923	0,0	0,000	1,166
32	679253	Воробьева В.И. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	1,154	0,0	0,000	1,154
33	211091	Шульмин Д.С. СД-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,8	0,923	0,0	0,000	0,923
34	435282	Чамян К.Р. ММ-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,8	0,923	0,0	0,000	0,923
35	447242	Ильин А.А. СП-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,8	0,923	0,0	0,000	0,923
36	271026	Коробкин А.К. СП-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,7	0,808	0,0	0,000	0,808
37	691041	Федосов А.Д. СД-215	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,175	0,5	0,577	0,0	0,000	0,752
38	378585	Пархомчик А.П. ММ-213	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,175	0,2	0,231	0,1	0,278	0,684
39	941383	Иванов К.Д. ММ-213	0,1	0,205	0,1	0,243	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,448
40	204964	Гаскаров Р.Х. ММ-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,2	0,231	0,0	0,000	0,231
41	274921	Дедиков Р.М. СД-211	0,1	0,205	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,205
42	479757	Сударушкин И.П. ММ-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,000
42				2,049		2,429		1,752		1,154		2,780	

1	МТ - 24,94
2	ПГС - 15,19
3	СЖД - 10,21
4	УТТК - 3,79

<p>1</p> 	<p>Между точками A и B подвешен гибкий трос. На трос установлен блок весом P, который может перекатываться. Найти удлинение троса, если $l = 2h$. Радиус блока пренебрежимо мал. P, E, A, h – заданы.</p>
<p>2</p> 	<p>Найти положение силы P, которое обеспечивает одинаковые по абсолютной величине напряжения в крайних сечениях. Площадь поперечного сечения изменяется линейно по длине стержня.</p>
<p>3</p> 	<p>Пластина находится в линейном напряженном состоянии. На ней взаимно перпендикулярно установлены тензометры A и B. Обнаружено, что деформация $\varepsilon_A = 0$. Найти деформацию ε_B. E, σ и ν – заданы.</p>
<p>4</p> 	<p>Фигура составлена из восьми одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Найти момент инерции фигуры относительно центральной оси z, если момент инерции каждого отдельного прямоугольника относительно его собственной центральной оси z_0 равен J_{z_0}.</p>
<p>5</p> 	<p>Определить соотношения h_0/h и l_0/a, удовлетворяющие условиям прочности, при которых вес балки постоянной ширины будет минимальным.</p>

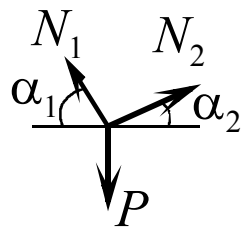
Задача 1



Между точками A и B подвешен гибкий трос. На трос установлен блок весом P , который может перекашиваться. Найти удлинение троса, если $l = 2h$. Радиус блока пренебрежимо мал. P, E, A, h – заданы

Решение

Рассмотрим равновесие блока:



$$\sum F_x = 0$$

$$-N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 = 0$$

Так как трос гибкий, то $N_1 = N_2 = N$,

откуда следует $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$.

$$\sum F_y = 0$$

$$N \sin \alpha + N \sin \alpha - P = 0$$

$$N = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

Длина нити

$$l_H = 2 \frac{h}{\sin \alpha}$$

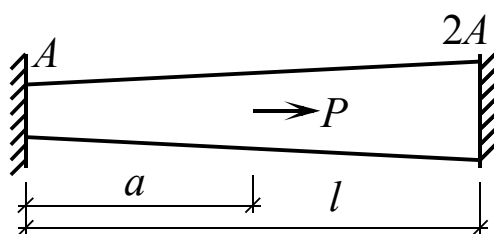
Удлинение нити

$$\Delta l = \frac{N l_H}{EA} = \frac{P \cdot 2h}{2 \sin \alpha \cdot \sin \alpha \cdot EA} = \frac{Ph}{\sin^2 \alpha EA}$$

Так как $l = 2h$, то $\alpha = \pi/4$ и $\sin \alpha = 1/\sqrt{2}$, то

$$\Delta l = \frac{2Ph}{EA}$$

Задача 2.



Найти положение силы P , которое обеспечивает одинаковые по абсолютной величине напряжения в крайних сечениях. Площадь стержня меняется по линейному закону.

Решение

$$\sigma_{лев} = \frac{N_{лев}}{A}, \quad \sigma_{пр} = \frac{N_{пр}}{2A}, \quad \text{по условию } \sigma_{лев} = -\sigma_{пр}.$$

Отсюда следует, что $2N_{лев} = -N_{пр}$. Из уравнения

равновесия следует, что $N_{лев} = \frac{P}{3}$, $N_{пр} = -\frac{2P}{3}$.

Найдем уравнение, по которому изменяется площадь поперечного сечения:

$$A(x) = A \frac{x}{l}, \quad l \leq x \leq 2l.$$

Удлинение стержня должно быть нулевым:

$$\Delta l = \int_l^{l+a} \frac{N_{лев}}{EA(x)} dx + \int_{l+a}^{2l} \frac{N_{пр}}{EA(x)} dx = 0$$

$$\int_l^{l+a} \frac{P}{3EA(x)} dx + \int_{l+a}^{2l} \frac{-2P}{3EA(x)} dx = 0$$

$$\frac{Pl}{3EA} \int_l^{l+a} \frac{1}{x} dx - \frac{2Pl}{3EA} \int_{l+a}^{2l} \frac{1}{x} dx = 0$$

$$\int_l^{l+a} \frac{1}{x} dx - 2 \int_{l+a}^{2l} \frac{1}{x} dx = 0$$

$$[\ln(l+a) - \ln(l)] - 2[\ln(2l) - \ln(l+a)] = 0$$

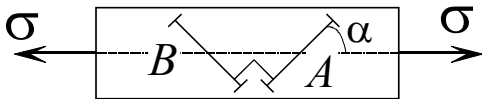
$$\ln(l+a) - \ln(l) - 2\ln(2l) + 2\ln(l+a) = 0$$

$$\ln \left[\frac{(l+a)^3}{4l^3} \right] = 0$$

$$\frac{(l+a)^3}{4l^3} = 1$$

$$a = l(\sqrt[3]{4} - 1) \cong 0.587l$$

Задача 3



Пластина находится в линейном напряженном состоянии. На ней взаимно перпендикулярно установлены тензометры A и B. При измерении обнаружено, что $\varepsilon_A = 0$. Найти ε_B .

E , σ и ν – заданы.

Решение.

$$\varepsilon_A = \frac{1}{E}(\sigma_\alpha - \nu\sigma_{\alpha+90}) = 0. \quad \text{Отсюда} \quad \sigma_\alpha = \nu\sigma_{\alpha+90}$$

$$\varepsilon_B = \frac{1}{E}(\sigma_{\alpha+90} - \nu\sigma_\alpha) = \frac{1}{E}(\sigma_{\alpha+90} - \nu^2\sigma_{\alpha+90}) = \frac{1-\nu^2}{E}\sigma_{\alpha+90}$$

Из $\sigma_\alpha = \nu\sigma_{\alpha+90}$ найдем угол α :

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha, \quad \sigma_{\alpha+90} = \sigma \sin^2 \alpha$$

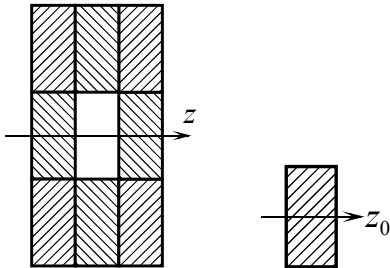
$$\sigma \cos^2 \alpha = \nu \sigma \sin^2 \alpha, \quad \text{ctg}^2 \alpha = \nu$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \nu}$$

Окончательно получим

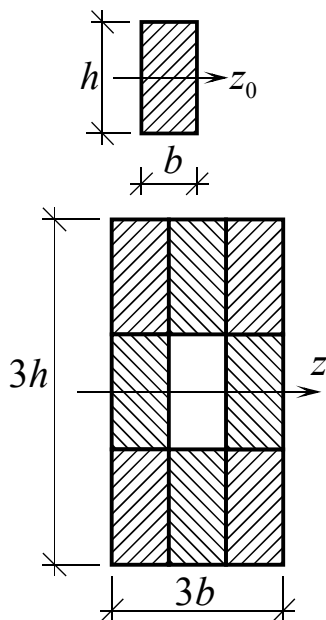
$$\varepsilon_B = \frac{1 - \nu^2}{E} \sigma \frac{1}{1 + \nu} = \frac{1 - \nu}{E} \sigma$$

Задача 4



Фигура составлена из восьми одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Найти момент инерции фигуры относительно центральной оси z , если момент инерции каждого отдельного прямоугольника относительно его собственной центральной оси z_0 равен J_{z_0} .

Решение



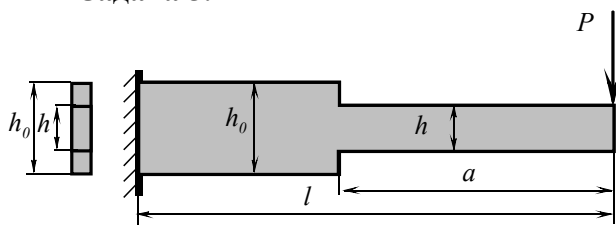
Момент инерции отдельного прямоугольника

$$J_{z_0} = \frac{bh^3}{12}$$

Момент инерции всей фигуры

$$J_z = \frac{3b(3h)^3}{12} - \frac{bh^3}{12} = (81 - 1) \frac{bh^3}{12} = 80J_{z_0}$$

Задача 5.



Определить соотношения h_0/h и l/a , удовлетворяющие условиям прочности, при которых вес балки постоянной ширины будет минимальным.

Решение

1. Из условия равнопрочности балки

$$\sigma_{1,\max} = \sigma_{2,\max}, \quad \frac{6Pa}{h^2 t} = \frac{6Pl}{h_0^2 t}$$

$$a = \frac{h^2}{h_0^2} l$$

2. При минимуме веса G_{\min} , также будет минимален и ее объем V_{\min} .

$$V = [h_0 l - (h_0 - h)a]t,$$

$$V = \left[h_0 - (h_0 - h) \frac{h^2}{h_0^2} \right] lt.$$

Объем является функцией от h .

Следовательно, минимум при $\frac{dV}{dh} = 0$.

$$\frac{dV}{dh} = \left[\frac{h^2}{h_0^2} - (h_0 - h) \frac{2h}{h_0^2} \right] lt.$$

$$\frac{3h^2}{h_0^2} - \frac{2h}{h_0} = 0, \quad \frac{h_0}{h} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: $h_0/h = 3/2$; $l/a = 9/4$