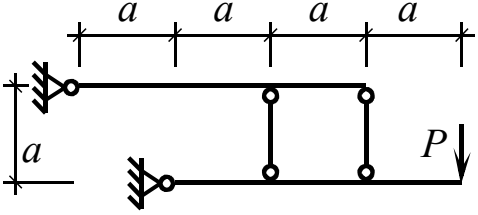
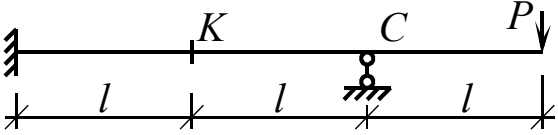
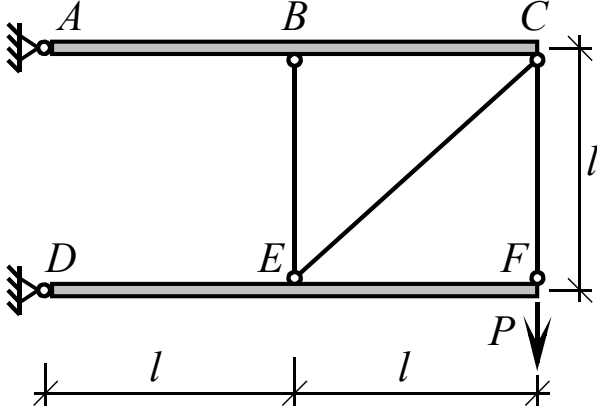
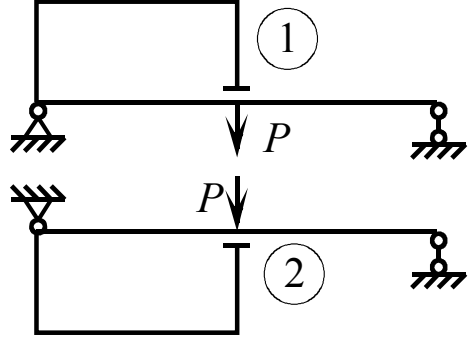
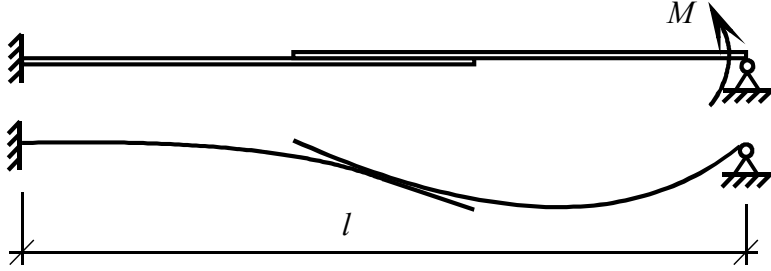


## Олимпиада по строительной механике СГУПС-2017

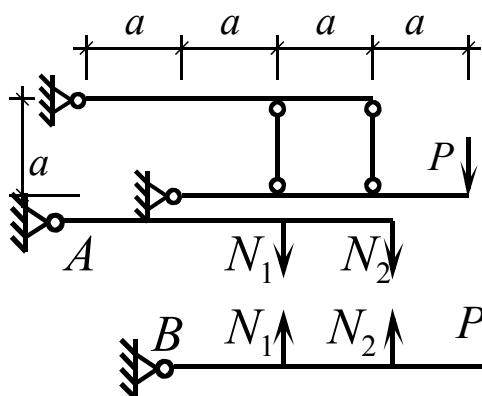
	Фамилия	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	Σ
1	Путилов Р.И. СМТ-312	1,0	1,305	1,0	1,710	0,8	1,506	1,0	1,710	1,0	2,154	<b>8,385</b>
2	Куксина С.М. СМТ-312	0,9	1,174	1,0	1,710	0,1	0,188	0,4	0,684	0,1	0,215	<b>3,972</b>
3	Сысоев Н.И. СМТ-312	1,0	1,305	0,6	1,026	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,646	<b>2,977</b>
4	Ольгезер В.А. СМТ-313	0,7	0,913	0,2	0,342	0,4	0,753	0,1	0,171	0,3	0,646	2,825
5	Тальвер А.Ю. СД-311	0,3	0,391	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	1,710	0,3	0,646	2,748
6	Кулинич Д.И. СП-311	0,3	0,391	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	1,710	0,3	0,646	2,748
7	Анциферов А.М. СМТ-314	0,3	0,391	0,1	0,171	0,7	1,317	0,0	0,000	0,3	0,646	2,526
8	Антонов М.А. СМТ-312	1,0	1,305	0,1	0,171	0,0	0,000	0,1	0,171	0,4	0,862	2,509
9	Корнева А.С. СД-311	1,0	1,305	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,513	0,3	0,646	2,464
10	Калашников А.В. СМТ-313	1,0	1,305	0,1	0,171	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,646	2,122
11	Меркушев А.О. СП-312	1,0	1,305	0,1	0,171	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,646	2,122
12	Полонянкин Д.В. СМТ-312	0,3	0,391	0,1	0,171	0,0	0,000	0,4	0,684	0,3	0,646	1,893
13	Святка М.Д. СМТ-314	0,0	0,000	0,5	0,855	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,646	1,501
14	Ким Т.И. СМТ-314	0,0	0,000	0,7	1,197	0,0	0,000	0,1	0,171	0,0	0,000	1,368
15	Поляков Е.Ю. СМТ-312	0,3	0,391	0,0	0,000	0,1	0,188	0,0	0,000	0,3	0,646	1,226
16	Тихонов А.Д. СД-311	0,3	0,391	0,0	0,000	0,0	0,000	0,4	0,684	0,0	0,000	1,075
17	Сизов М.М. СМТ-312	0,3	0,000	0,2	0,342	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,646	0,988
18	Чернавин Р.В. СМТ-311	0,3	0,391	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,391
19	Суглобова А.Е. СМТ-313	0,0	0,000	0,1	0,171	0,0	0,000	0,1	0,171	0,0	0,000	0,342
19			1,305		1,710		1,882		1,710		2,154	

## Задания

<p>1</p> 	<p>Построить эпюру изгибающих моментов в заданной конструкции.</p>
<p>2</p> 	<p>При какой осадке опоры <math>C</math> изгибающий момент в сечении <math>K</math> будет равен нулю? Вычислять <math>\delta_{11}</math> нельзя!  <math>P, EJ, l</math> – заданы.</p>
<p>3</p> 	<p>Стержни <math>ABC</math> и <math>DEF</math> – абсолютно жесткие. Найти перемещение точки <math>F</math>. Площади поперечных сечений стержней <math>BE, CE</math> и <math>CF</math> одинаковы и равны <math>A</math>.  <math>P, l, E</math> (модуль упругости), <math>A</math> – заданы.</p>
<p>4</p> 	<p>В какой раме вертикальное перемещение точки приложения силы будет больше? Зазор считать бесконечно малым.</p>
<p>5</p> 	<p>Два стержня положены друг на друга, как показано на рисунке, и нагружены моментом <math>M</math>. Построить эпюру изгибающих моментов в конструкции.</p>

## Решения задач.

**Задача 1.** Построить эпюру изгибающих моментов в заданной конструкции.



Найдем усилия в стержнях, соединяющих балки. Для этого рассмотрим равновесие балок:

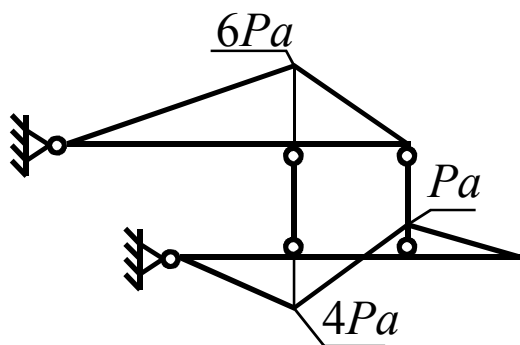
$$\sum M_A = N_1 2a + N_2 3a = 0$$

$$\sum M_B = N_1 a + N_2 2a - P 3a = 0$$

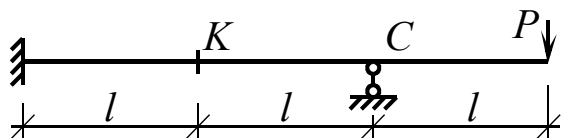
Решая эту систему уравнений, найдем

$$N_1 = -9P, \quad N_2 = 6P.$$

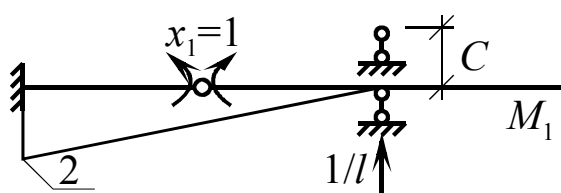
Зная усилия в стержнях, соединяющих балки, построим эпюру:



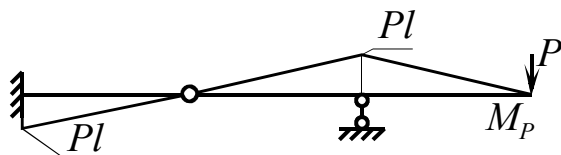
**Задача 2.**



При какой осадке опоры  $C$  изгибающий момент в сечении  $K$  будет равен нулю? Вычислять  $\delta_{11}$  нельзя!  
 $P, EJ, l$  – заданы.



Выберем основную систему метода сил как показано на рисунке. Тогда  $x_1$  и есть момент в сечении  $K$ .



Используя принцип независимости действия сил, запишем уравнение метода сил при совместном действии нагрузки и осадки опор:

$$\delta_{11} x_1 + \Delta_{1P} + \Delta_{1C} = 0, \text{ откуда}$$

$$x_1 = -\frac{\Delta_{1P} + \Delta_{1C}}{\delta_{11}}, \text{ т.е. } M_K = x_1 = 0 \text{ тогда, когда } \Delta_{1P} + \Delta_{1C} = 0.$$

Найдем  $\Delta_{1P} = \frac{2l}{6EJ} (Pl \cdot 2 + 0 \cdot 1 + Pl \cdot 0) = \frac{4Pl^2}{6EJ}$  и  $\Delta_{1C} = -\left(\frac{1}{l} \cdot C\right) = -\frac{C}{l}$ .

Далее  $\frac{4Pl^2}{6EJ} - \frac{C}{l} = 0$ , откуда получим ответ  $C = \frac{2Pl^3}{3EJ}$

**Задача 3.** Выберем основную систему метода сил, разрезав стержень  $CF$ . Из геометрических соображений найдем  $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

для стержней  $AC$  и  $DF$  запишем уравнение равновесия (только от  $x_1 = 1$ )

$$\sum M_A = N_{BE1}l + N_{CE1}2l \cos\alpha + x_1 2l = 0,$$

$$\sum M_D = N_{BE1}l + N_{CE1}l \cos\alpha + x_1 2l = 0.$$

Решая полученную систему уравнений найдем единичные продольные силы  $N_{BE1} = -2$ ;  $N_{CE1} = 0$  и  $N_{CF1} = x_1 = 1$ .

Аналогично найдем грузовые продольные силы от  $P=1$  (при этом учтем, что  $N_{CF,P} = 0$ ):

$$\sum M_A = N_{BE,P}l + N_{CE,P}2l \cos\alpha = 0,$$

$$\sum M_D = N_{BE,P}l + N_{CE,P}l \cos\alpha + P2l = 0,$$

$$N_{BE,P} = 4; N_{CE,P} = -2\sqrt{2}; N_{CF,P} = 0.$$

Далее вычислим коэффициент канонического уравнения метода сил, и найдем  $x_1$ :

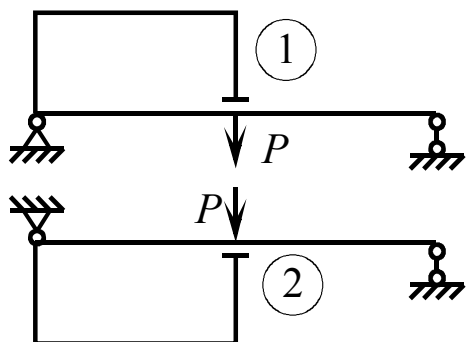
$$\delta_{11} = \sum \frac{N_1^2 l}{EA} = \frac{(-2)^2 l}{EA} + \frac{1^2 l}{EA} = \frac{5l}{EA}, \quad \Delta_{1P} = \sum \frac{N_1 N_P l}{EA} = \frac{(-2)4Pl}{EA} = -\frac{8Pl}{EA}, \quad x_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{8}{5}.$$

Найдем продольные силы в стержнях:  $N_{OK} = N_1 x_1 + N_P$ . Получим  $N_{BE} = \frac{8}{5}P = 1,6$ ;  $N_{CE} = -2\sqrt{2}$ ;

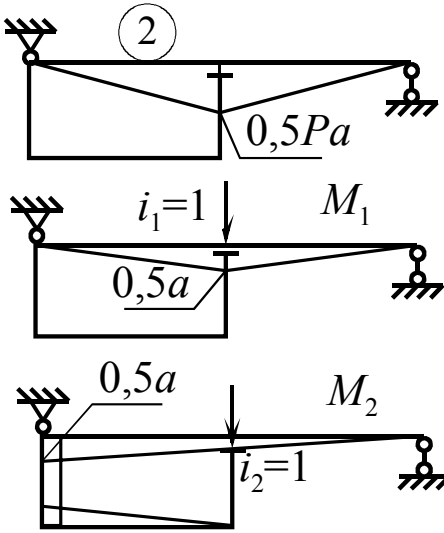
$N_{CF} = \frac{8}{5}$ . После того как найдены усилия, вычислим перемещения. Так как было принято  $P=1$ , то

$$\Delta = \sum \frac{N_{OK} N_P l}{EA} = \frac{1,6 \cdot 4l}{EA} + \frac{(-2\sqrt{2}) \cdot (-2\sqrt{2})l}{EA} = \frac{70,4l}{EA}.$$

**Задача 4.**



В какой раме вертикальное перемещение точки приложения силы будет больше? Зазор считать бесконечно малым.



Рассмотрим первую конструкцию, и ответим на вопрос – закрывается ли зазор?

Построим эпюры:  $M_P$  (от заданной нагрузки),  $M_1$  (от единичной силы, приложенной к верхней части зазора) и  $M_2$  (от единичной силы, приложенной к нижней части зазора). Без вычислений очевидно, что

$$\Delta_{1P} = M_P * M_1 > \Delta_{2P} = M_P * M_2$$

Это означает, что зазор закрывается, и в верхней части рамы возникают усилия, а это приводит к **увеличению** жесткости сооружения в целом.

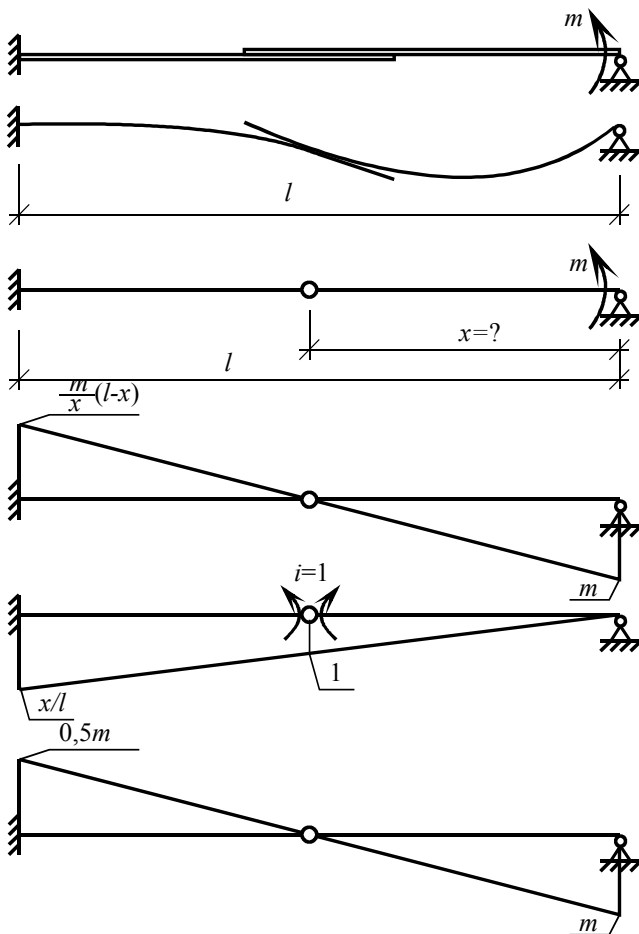
Аналогично, построим эпюры для схемы 2. При этом также получим

$$\Delta_{1P} = M_P * M_1 > \Delta_{2P} = M_P * M_2$$

Но теперь зазор внизу, и он не закрывается, и увеличения **жесткости не происходит**.

Поэтому в случае 2 перемещения больше.

### Задача 5.



Расчетную схему конструкции можно представить как шарнирную балку. При этом взаимной угол поворота сечений слева и справа от шарнира должен быть нулевым. Положение шарнира неизвестно. Найдем его. Для этого построим грузовую и единичную эпюры (см. рисунок), и перемножим их:

$$\Delta_{iP} = \frac{l}{6EJ} \left[ -\frac{l}{x} \cdot m \frac{l-x}{x} + 4 \cdot \frac{l}{2x} \cdot \frac{m-m \frac{l-x}{x}}{2} + 0 \right] = 0$$

Из этого уравнения после преобразований найдем

$$x = \frac{2l}{3} \text{ и величина момента в заделке } \frac{m}{2}.$$