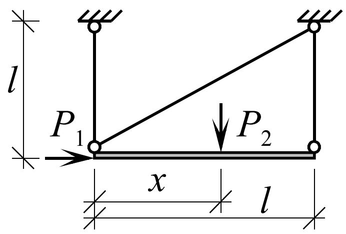
Олимпиада по сопротивлению материалов СГУПС-2018

	Шифр	Фамилия	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	Σ
1	929403	**Нечаева М.В. СМТ-212**	1,0	1,776	1,0	1,776	1,0	1,460	0,5	0,794	0,2	0,607	6,412
2	941383	**Дубовицкий И.А. СМТ-211**	1,0	1,776	0,0	0,000	0,9	1,314	1,0	1,587	0,2	0,607	5,284
3	502742	**Шаталов А.С.СМТ-211**	0,9	1,598	0,8	1,421	0,8	1,168	0,4	0,635	0,1	0,304	5,125
4	271026	Алимбекова М.Ф. ММ-212	0,0	0,000	0,7	1,243	0,8	1,168	0,8	1,270	0,0	0,000	3,681
5	603806	Назаров А.А. СМТ-211	0,4	0,710	0,3	0,533	0,8	1,168	0,4	0,635	0,2	0,607	3,653
6	649636	Пиняжин С.В. СМТ-211	0,3	0,533	0,2	0,355	0,8	1,168	1,0	1,587	0,0	0,000	3,643
7	691041	Дудик О.Р. СМТ-212	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	1,460	0,2	0,317	0,5	1,518	3,295
8	606302	Куликова А.А. СМТ-213	0,0	0,000	0,4	0,710	0,8	1,168	0,3	0,476	0,3	0,911	3,265
9	850002	Щеголихин А.М. ММ-212	0,7	1,243	0,1	0,178	0,2	0,292	0,8	1,270	0,0	0,000	2,982
10	447242	Поволоцкая Н.Д. СА-211	0,0	0,000	0,2	0,355	0,4	0,584	1,0	1,587	0,1	0,304	2,830
11	176660	Черникова Д.В. ММ-211	0,0	0,000	0,8	1,421	0,6	0,876	0,3	0,476	0,0	0,000	2,773
12	727300	Свинмицкий И.Е. ММ-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,8	1,270	0,0	0,000	1,270
13	679253	Чесных Н.А. СМТ-212	0,3	0,533	0,0	0,000	0,5	0,730	0,0	0,000	0,0	0,000	1,263
14	321136	Кобзарь Н.С. СА-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,146	0,3	0,476	0,2	0,607	1,229
15	322011	Ожегова Ю.А. СД-211	0,1	0,178	0,0	0,000	0,1	0,146	0,4	0,635	0,0	0,000	0,958
16	255407	Жуков В.В. СД-213	0,3	0,533	0,2	0,355	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,888
17	435282	Станиславов Д.И. С-211	0,5	0,888	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,888
18	910486	Спирина Е.В. СД-213	0,2	0,355	0,0	0,000	0,2	0,292	0,0	0,000	0,0	0,000	0,647
19	524225	Сухачев С.Л. СА-211	0,1	0,178	0,0	0,000	0,1	0,146	0,2	0,317	0,0	0,000	0,641
20	878673	Шпиц С.М. СД-215	0,1	0,178	0,2	0,355	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,533
21	725789	Канакбаев Д.Ж. СД-213	0,1	0,178	0,2	0,355	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,533
22	949946	Шайнетдинов Р.А. СД-215	0,1	0,178	0,2	0,355	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,533
23	170408	Косинкова Е.М. СД-214	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,3	0,476	0,0	0,000	0,476
24	903292	Ковалев Н.Ю. СД-213	0,0	0,000	0,2	0,355	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,355
25	270649	Вакулин О.В. ММ-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,000
26	841209	Босых В,Д. СД-211	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,000
27	164839	Нейман В.А. ММ-212	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,000
27				1,776		1,776		1,460		1,587		3,036	

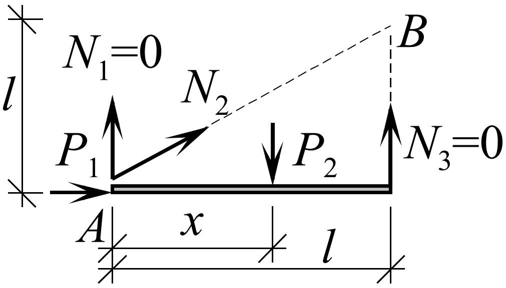
1	**МТ - 24,12**
2	ММ - 10,71
3	СА - 4,70
4	СД - 3,56
5	ПГС - 0,888

Задача 1.



Абсолютно жесткая балка подвешена на трех стержнях и нагружена силами P_1 и P_2. При каком значении и положении силы P_2 балка перемещается только по горизонтали?
Сила P_1 – задана.

Решение.



Чтобы отсутствовали вертикальное перемещение и поворот необходимо равенство нулю удлинений вертикальных стержней: $\Delta l_1 = \Delta l_3 = 0$. Отсюда из закона Гука находим продольные силы в этих стержнях: $N_1 = N_3 = 0$.

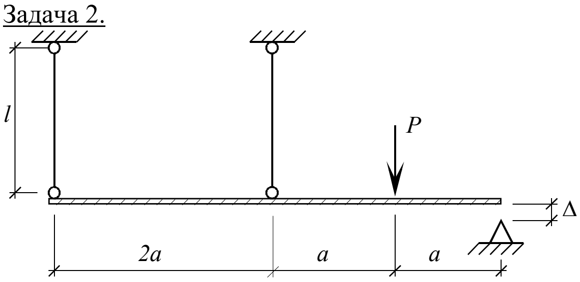
Уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0, \qquad N_3 l - P_2 x = 0, \qquad x = 0$$

$$\sum M_B = 0, \qquad N_1 l - P_1 l - P_2 l = 0, \qquad P_2 = -P_1$$

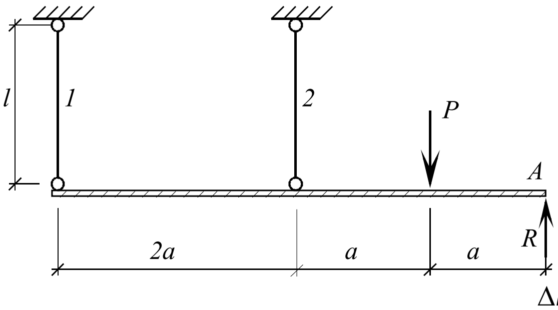
Ответ: сила P_2 равна силе P_1 (по абсолютной величине), направлена вверх и приложена в точке A.

Задача 2.



Абсолютно жесткая балка подвешена на двух одинаковых стержнях, и нагружена силой P. Под правым концом балки установлена опора с зазором $\Delta = \dfrac{2Pl}{EA}$. Найти усилия в стержнях. E, A, l, P – заданы.

Решение.



Отбросим опору, и заменим реакцией R.

Найдем перемещение точки А отдельно от силы P:

Из уравнений равновесия найдем $N_2^P = 1{,}5P$, $N_1^P = -0{,}5P$.

Из геометрических соотношений получим:

$$\frac{\Delta l_1 + \Delta_P}{2} = \Delta l_2$$

$$\Delta_P = 2\Delta l_2 - \Delta l_1 = \frac{2N_2 l}{EA} - \frac{N_1 l}{EA} = \frac{3Pl}{EA} + \frac{Pl}{2EA} = \frac{7Pl}{2EA}$$

Поскольку $\Delta_P > \Delta$, то зазор закрылся. Найдем перемещение точки А от реакции R:

Из уравнений равновесия найдем $N_2^R = -2R$, $N_1^R = R$. Геометрические соотношения остаются в прежнем виде.

$$\Delta_R = 2\Delta l_2 - \Delta l_1 = \frac{2N_2 l}{EA} - \frac{N_1 l}{EA} = \frac{-4Rl}{EA} - \frac{Rl}{EA} = -\frac{5Rl}{EA}$$

Сумма этих перемещений должна равняться заданному зазору:

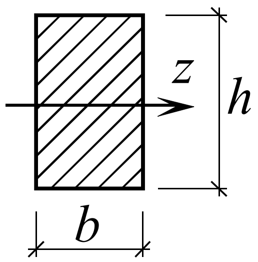
$$\Delta_P + \Delta_R = \Delta$$

$$\frac{7Pl}{2EA} - \frac{5Rl}{EA} = \frac{2Pl}{EA}, \qquad R = \frac{3P}{10}$$

Усилия в стержнях

$$N_1 = N_1^P + N_1^R = -\frac{P}{2} + \frac{3P}{10} = -\frac{P}{5}, \qquad N_2 = N_2^P + N_2^R = \frac{3P}{2} - \frac{6P}{10} = \frac{9P}{10}$$

Задача 3



Задана фигура в форме прямоугольника. Найти отношение h/b, при котором момент инерции J_Z максимален, если периметр прямоугольника P остается постоянным. Найти этот момент инерции. P – задан.

Решение.

Выразим $b = 0.5p - h$, тогда момент инерции

$$J_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{0.5ph^3 - h^4}{12}.$$

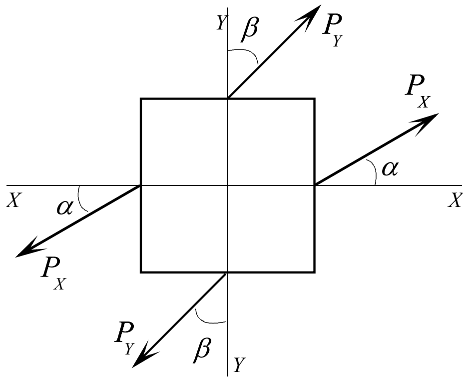
Приравняем к нулю производную:

$$\frac{dJ_z}{dh} = \frac{1.5ph^2 - 4h^3}{12} = \frac{1.5p - 4h}{12} h^2 = 0.$$

Это уравнение имеет решения $h = 0$ и $h = \frac{3}{8}p$. Первое решение означает, что $J_z = 0$, второе решение дает $b = \frac{1}{8}p$. Тогда

$$\text{и} \quad J_z = \frac{{}^1\!/_8\, p\left({}^3\!/_8\, p\right)^3}{12} = \frac{27p^4}{4096 \cdot 12} = \frac{9p^4}{16384}.$$

Задача 4.



На гранях элемента заданы полные напряжения ($P_y = P, P_x = P\sqrt{2}$). Найти главные напряжения, если $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

Решение

Найдем касательные напряжения: $\left|\tau_{xy}\right| = P_y \sin\beta, \qquad \left|\tau_{yx}\right| = P_x \sin\alpha$

По закону парности касательных напряжений: $\sin\beta = \frac{P_x \sin\alpha}{P_y} = \frac{P\sqrt{2} \cdot 0.5}{P} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Нормальные и касательные напряжения:

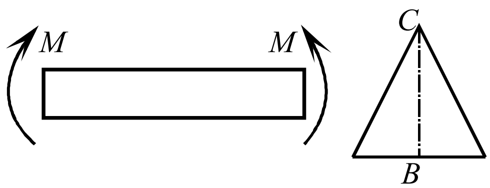
$$\tau = P\sqrt{2}\sin\alpha = \frac{P\sqrt{2}}{2}, \quad \sigma_x = P\sqrt{2}\cos\alpha = \frac{P\sqrt{6}}{2}, \quad \sigma_y = P\cos\beta = \frac{P\sqrt{2}}{2}$$

Главные напряжения:

$$\sigma_1 = \frac{\frac{P\sqrt{6}}{2} + \frac{P\sqrt{2}}{2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\frac{P\sqrt{6}}{2} - \frac{P\sqrt{2}}{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{P\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 1.719p$$

$$\sigma_3 = \frac{\frac{P\sqrt{6}}{2} + \frac{P\sqrt{2}}{2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\frac{P\sqrt{6}}{2} - \frac{P\sqrt{2}}{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{P\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 0.213p$$

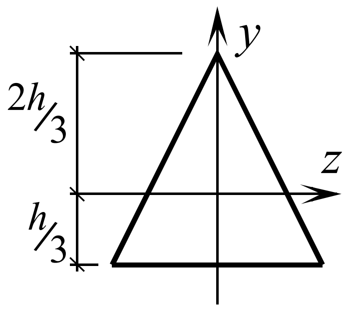
Задача 5.



Балка треугольного сечения испытывает чистый изгиб (см. рисунок). Найти изменение длины отрезка *BC*. *M*, *E*, ν и *A* – заданы.

Решение.

Найдем напряжения, вызванные изгибом:



$$\sigma = -\frac{M}{J_Z}y\cdot$$

Далее получим деформацию

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma}{E} = \frac{\nu M}{EJ_Z}y\cdot$$

Чтобы получить изменение длины отрезка *BC* проинтегрируем деформацию:

$$\Delta BC = \int \varepsilon_y dy = \frac{\nu\sigma M}{EJ_Z}\int_{-h/3}^{2h/3} y dy = \frac{\nu M}{EJ_Z}\left.\frac{y^2}{2}\right|_{-h/3}^{2h/3} =$$

$$= \frac{\nu M}{EJ_Z}\left(\frac{4h^2}{2\cdot 9} - \frac{h^2}{2\cdot 9}\right) = \frac{\nu M h^2}{6EJ_Z}.$$

Момент инерции треугольника $J_Z = \frac{bh^3}{36}$. Тогда

$$\Delta BC = \frac{36\nu M h^2}{6Ebh^3} = \frac{6\nu M}{Ebh}\cdot$$