Итоги студенческой олимпиады СГУПС по сопротивлению материалов
28 марта 2019 г.

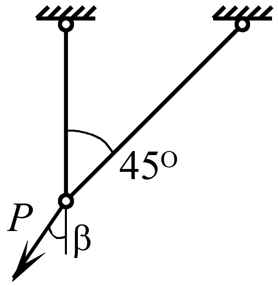
	Шифр	Фамилия	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	Σ
1	**924239**	**Любимов С.В. СМТ211**	1,0	1,224	0,0	0,000	1,0	1,347	1,0	1,192	1,0	1,943	5,705
2	**400784**	**Ермолич А.Н. СМТ-213**	0,7	0,857	0,0	0,000	1,0	1,347	1,0	1,192	0,6	1,166	4,561
3	**116802**	**Горшков Р.Я. СМТ-212**	1,0	1,224	0,0	0,000	0,3	0,404	1,0	1,192	0,8	1,554	4,374
4	193514	Некрасов А.С. СМТ-212	0,7	0,857	0,2	0,560	1,0	1,347	1,0	1,192	0,2	0,389	4,344
5	919053	Холмогоров А.С. СМТ-213	0,8	0,979	0,0	0,000	1,0	1,347	0,7	0,834	0,6	1,166	4,326
6	973532	Панихидкина И.В. СМТ-212	0,7	0,857	0,1	0,280	1,0	1,347	1,0	1,192	0,2	0,389	4,064
7	445618	Морозов С.М. СМТ-213	1,0	1,224	0,0	0,000	1,0	1,347	1,0	1,192	0,1	0,194	3,957
8	184969	Печерских К.В. СМТ-211	1,0	1,224	0,0	0,000	0,1	0,135	1,0	1,192	0,0	0,000	2,550
9	383111	Ляшева А.Б. СМТ-211	0,7	0,857	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	1,192	0,2	0,389	2,437
10	875364	Абрамов И.А. ММ-211	0,5	0,612	0,1	0,280	0,0	0,000	1,0	1,192	0,0	0,000	2,084
11	170117	Рязанова Д.А. СМТ-212	0,5	0,612	0,0	0,000	0,9	1,212	0,2	0,238	0,0	0,000	2,063
12	912041	Пушкина Т.С. ММ-211	0,7	0,857	0,0	0,000	0,0	0,000	1,0	1,192	0,0	0,000	2,048
13	691642	Нестерова К.И. СД-214	0,1	0,122	0,0	0,000	0,9	1,212	0,3	0,357	0,0	0,000	1,692
14	456247	Пустовая И.А. СД-214	0,4	0,490	0,0	0,000	0,0	0,000	0,9	1,072	0,0	0,000	1,562
15	716528	Лобанов Е.В. СД-213	0,7	0,857	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,119	0,0	0,000	0,976
16	376123	Антонюк А.В. С-211	0,2	0,245	0,1	0,280	0,2	0,269	0,1	0,119	0,0	0,000	0,914
17	343541	Рогов Н.А. СМТ-213	0,2	0,245	0,0	0,000	0,0	0,000	0,4	0,477	0,0	0,000	0,721
18	789169	Гаджиев И.Р. СД-214	0,3	0,367	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,119	0,0	0,000	0,486
19	890828	Хасанов Р.А. СД-211	0,1	0,122	0,1	0,280	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,403
20	370589	Крылов К.Ю. С-211	0,2	0,245	0,0	0,000	0,0	0,000	0,1	0,119	0,0	0,000	0,364
21	397812	Жеребцов К.К. СМТ-213	0,1	0,122	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,122
21				1,224		2,802		1,347		1,192		1,943	

1	**МТ -23,31**
2	**СД - 5,08**
3	**ММ - 4,13**
4	**ПГС - 1,28**

Олимпиада по сопротивлению материалов, I тур, СГУПС, 28 марта 2019г.

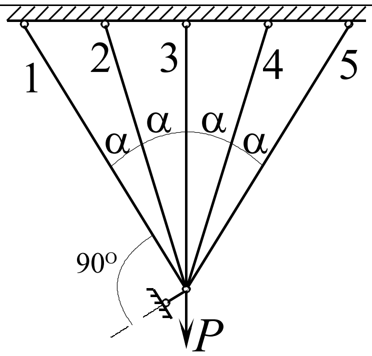
Условия задач

1



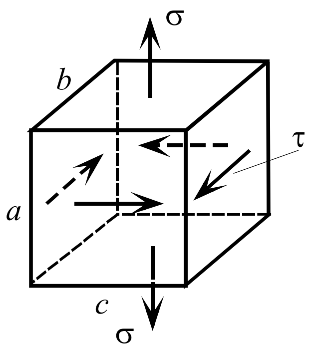
Ферма, показанная на рисунке, нагружена силой *P*.
Каким должен угол β, чтобы напряжения в стержнях были равны по абсолютному значению?
Площади сечений стержней равны.

2



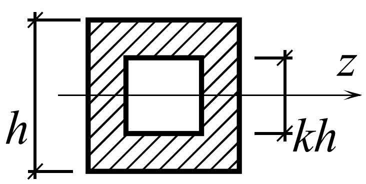
Найти угол α, при котором $N_1 = 2N_5$.
E, *A* всех стержней одинаковы.

3



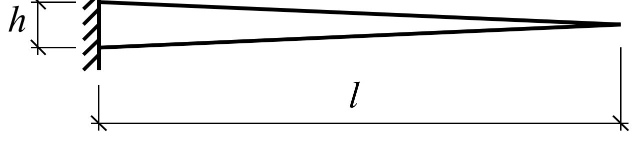
Параллелепипед с размерами a×b×c нагружен равномерно распределенными по его граням нормальными и касательными напряжениями. Определить изменение длины ребра *c*.
Дано: σ, τ, *c*, *E*, ν.

4



Задано сечение в виде полого квадрата. При каком значении коэффициента *k* момент инерции сечения относительно центральной оси z равен квадрату площади поперечного сечения ($J = A^2$).

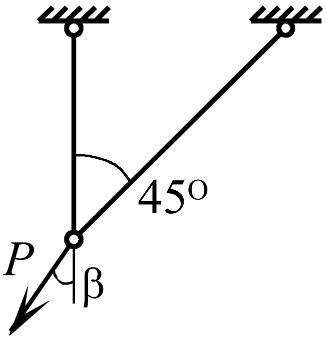
5



Консольная балка прямоугольного переменного сечения (высота сечения линейно зависит от координаты, ширина постоянна) нагружена собственным весом. Найти наибольшее нормальное напряжение. γ, *l*, *h*, - заданы

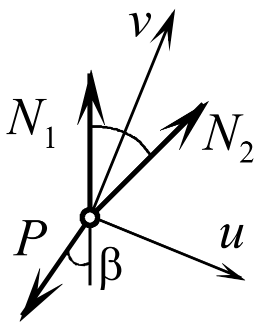
Решения задач

Задача 1.



Ферма, показанная на рисунке, нагружена силой *P*.
Каким должен угол β, чтобы напряжения в стержнях были равны по абсолютному значению?
Площади сечений стержней равны.

Решение



Так как площади сечений равны, то для равенства напряжений по абсолютному значению необходимо $N_1 = N_2$, или $N_1 = -N_2$

Проведем ось *v* по биссектрисе угла между стержнями, ось *u* ей перпендикулярно.

Чтобы усилия были одинаковы, сила *P* не должна давать проекцию на ось *u*.

$$\sum F_u = N_2 \sin\left(\frac{45^\circ}{2}\right) - N_1 \sin\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = 0$$

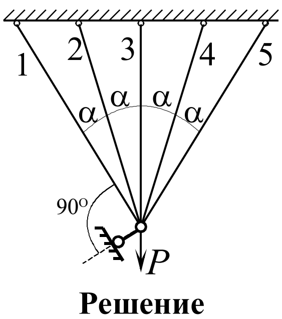
Тогда $\beta = \dfrac{45^\circ}{2} = 22{,}5^\circ$.

Чтобы усилия отличались только знаком, сила *P* не должна давать проекцию на ось *v*.

$$\sum F_v = N_2 \cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) + N_1 \cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = 0$$

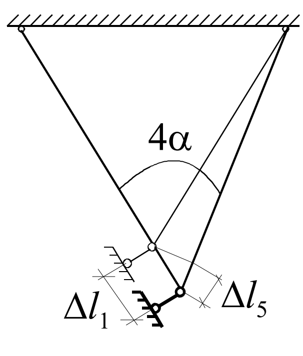
Тогда $\beta = \dfrac{45^\circ}{2} + 90^\circ = 112{,}5^\circ$.

Задача 2.



Найти угол α, при котором $N_1 = 2N_5$.
E, A всех стержней одинаковы.

Решение



Узел, в котором приложена сила, может перемещаться только вдоль оси стержня №1. Из деформированного вида фермы получаем

$$\Delta l_1 \cos 4\alpha = \Delta l_5 .$$

Так как ферма симметрична, то $l_1 = l_5$, и по закону Гука найдем

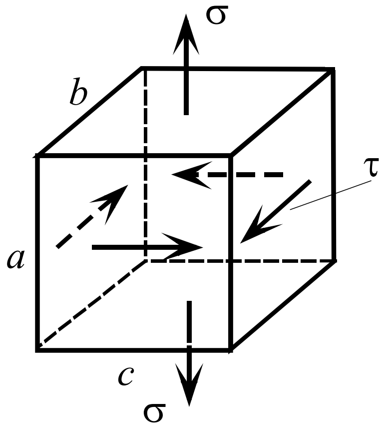
$$\frac{N_1 l_1}{EA} \cos 4\alpha = \frac{N_5 l_5}{EA},$$

или

$$N_1 \cos 4\alpha = N_5 .$$

По условию задачи $N_1 = 2N_5$, т.е. $\cos 4\alpha = \dfrac{N_5}{N_1} = \dfrac{1}{2}$. Отсюда $4\alpha = 60°$, и окончательно $\alpha = 15°$.

Задача 3.



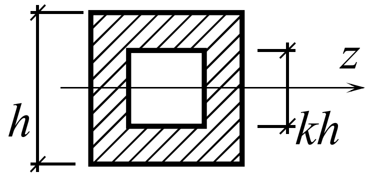
Параллелепипед с размерами $a \times b \times c$ нагружен равномерно распределенными по его граням нормальными и касательными напряжениями. Определить изменение ребра c. Дано: σ, τ, с, E, ν.

Решение

$$\varepsilon_c = -\nu \frac{\sigma}{E}$$

$$\Delta c = -\nu \frac{\sigma}{E} c$$

Задача 4.



Задано сечение в виде полого квадрата Задано сечение в виде полого квадрата. При каком значении коэффициента k момент инерции сечения относительно центральной оси z равен квадрату площади поперечного сечения ($J = A^2$).

Решение.

$$J = \frac{1}{12} h^4 \left(1 - k^4\right), \qquad A = h^2 \left(1 - k^2\right).$$

$$\frac{1}{12} h^4 \left(1 - k^4\right) = h^4 \left(1 - k^2\right)^2$$

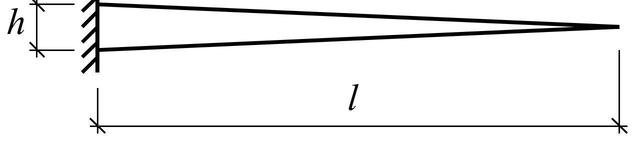
$$\frac{1}{12} \left(1 + k^2\right)\left(1 - k^2\right) = \left(1 - k^2\right)^2 \qquad (*)$$

$$\frac{1}{12} \left(1 + k^2\right) = \left(1 - k^2\right)$$

$$k = \sqrt{\frac{11}{13}}$$

Второй корень уравнения (*) $k = 1$, он означает, что сечение вырождается в бесконечно тонкое.

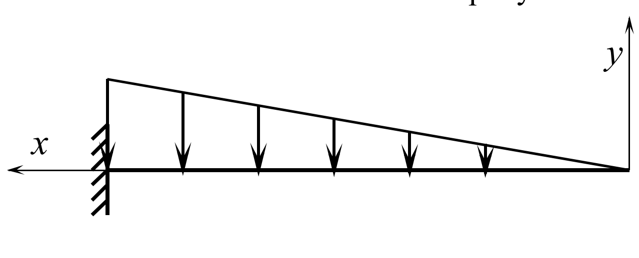
Задача 5.



Консольная балка переменного сечения (высота сечения линейно зависит от координаты) нагружена собственным весом. Найти наибольшее нормальное напряжение. γ, l, h, - заданы

Решение.

Расчетная схема балки показана на рисунке.



Высота сечения от координаты зависит линейно, т.е., в произвольной точке ее можно найти по формуле

$$h_x = h\frac{x}{l}$$

Интенсивность распределенной нагрузки пропорциональна площади сечения балки. Тогда

$$q_x = \gamma b h_x = \frac{\gamma b h x}{l}$$

Найдем изгибающий момент в произвольном сечении:

$$M_x = -\frac{1}{2} q_x x \frac{1}{3} x = -\frac{\gamma b h x^3}{6l}$$

Момент сопротивления сечения:

$$W_x = \frac{b h_x^2}{6} = \frac{b h^2 x^2}{6 l^2}$$

Нормальные напряжения:

$$\sigma = \left|\frac{M_x}{W_x}\right| = \frac{\gamma b h x^3}{6l} \cdot \frac{6 l^2}{b h^2 x^2} = \frac{\gamma l x}{h}$$

Очевидно, что наибольшее значение это выражение принимает при $x = l$. Тогда

$$\sigma_{\max} = \frac{\gamma l^2}{h}$$