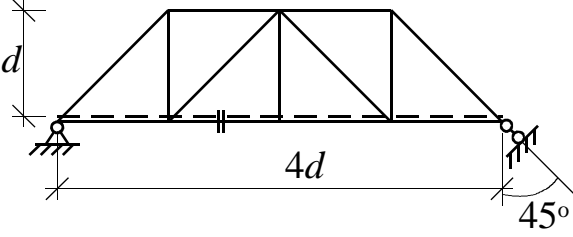
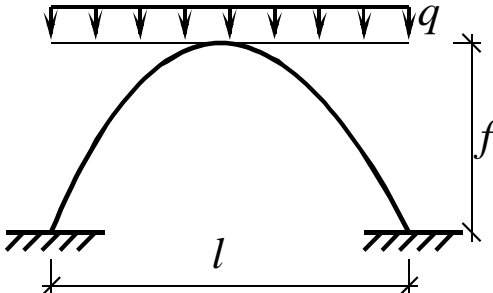
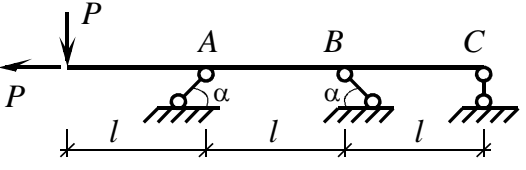
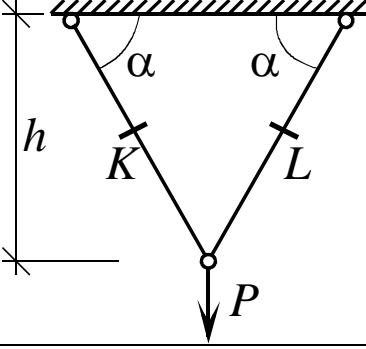
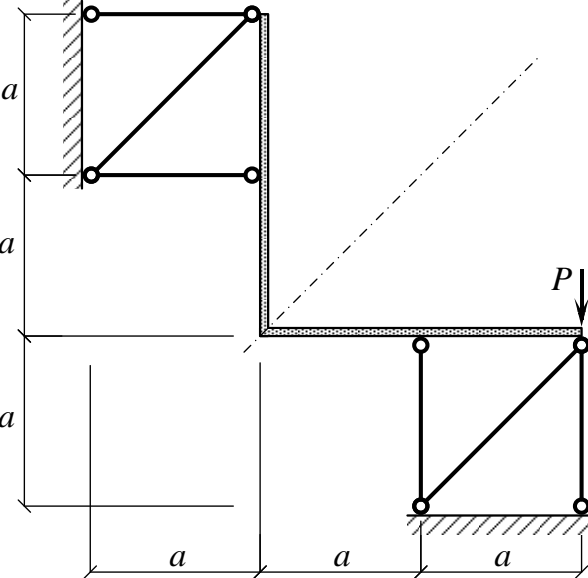
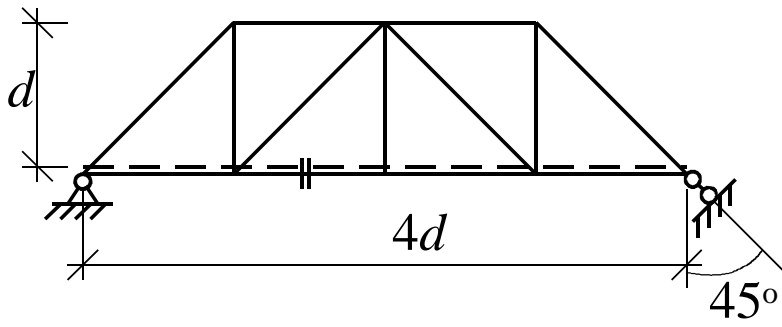


# Олимпиада по строительной механике СГУПС

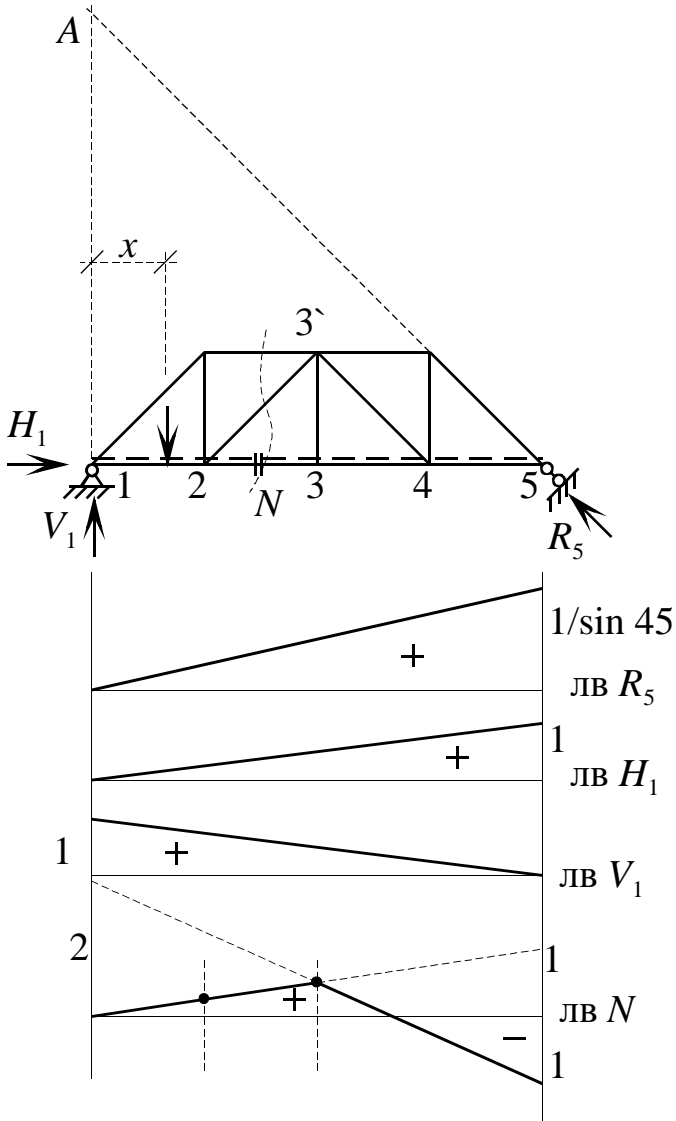
\_\_\_\_\_апреля 2022г.

1		<p>Построить линию влияния усилия в отмеченном стержне фермы.</p>
2		<p>Ось статически неопределимой арки – квадратная парабола. Пролет <math>l</math>, стрела подъема <math>f</math> и равномерно распределенная нагрузка <math>q</math> заданы. Требуется построить эпюру изгибающих моментов.</p>
3		<p>Каким должен быть угол <math>\alpha</math>, чтобы участок <math>BC</math> не изгибался? Построить эпюру изгибающих моментов для этого случая</p>
4		<p>Найти взаимный угол поворота сечений <math>K</math> и <math>L</math> после приложения силы <math>P</math>. Сечения находятся в середине стержней. <math>P, h, E, A, \alpha</math>, - заданы.</p>
5		<p>Абсолютно жесткий ломанный брус (на схеме заштрихован) опирается на стержни жесткостью <math>EA</math> каждый. Определить угол поворота бруса под действием силы <math>P</math>. Дано: <math>P, EA, a</math>.</p>



Построить линию влияния усилия в отмеченном стержне фермы.

Решение.



Построим линии влияния опорных реакций:

$$\sum M_A = 0$$

$$H_1 \cdot 4d - P \cdot x = 0$$

$$H_1 = \frac{x}{4d}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$R_5 \sin 45 - H_1 = 0$$

$$R_5 = \frac{H_1}{\sin 45}$$

$$\sum M_1 = 0$$

$$V_1 \cdot 4d - P \cdot (4d - x) = 0$$

$$V_1 = \frac{4d - x}{4d}$$

Далее найдем усилие  $N$  ( $\sum M_{3'} = 0$ ):

Груз слева от узла 2:

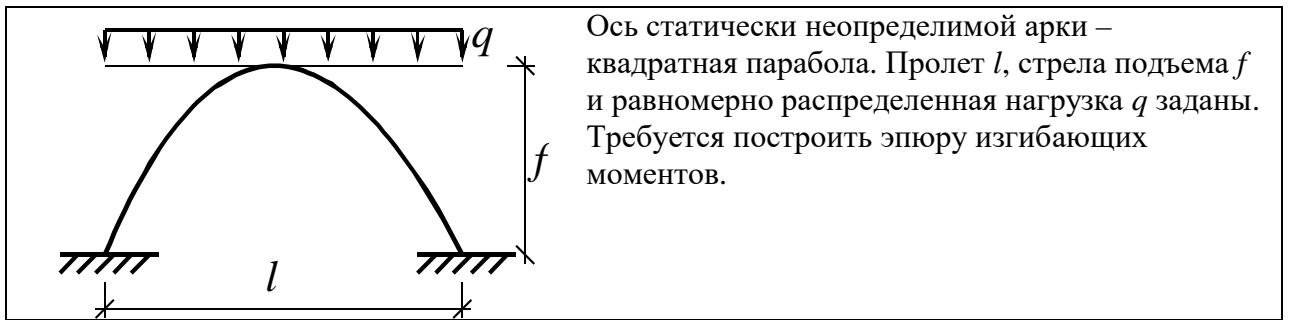
$$N \cdot d - R_5 \cdot \frac{d}{\sin 45} = 0$$

$$N = \frac{R_5}{\sin 45}$$

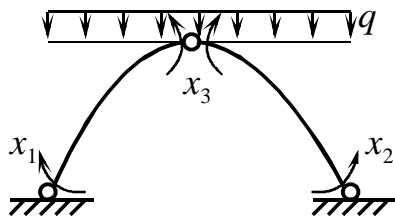
Груз справа от узла 3:

$$N \cdot d + H_1 \cdot d - V_1 \cdot 2d = 0$$

$$N = 2V_1 - H_1$$



Решение.



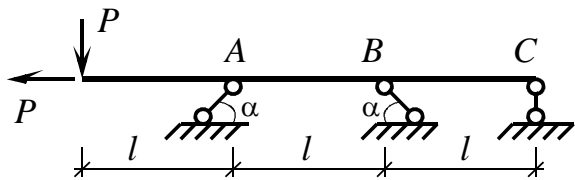
Выберем основную систему метода сил так, как показано на рисунке. В этой ОС эпюра  $M_P \equiv 0$ , значит грузовые коэффициенты  $\Delta_{1P} = \Delta_{2P} = \Delta_{3P} = 0$ .

ОС геометрически неизменяема, следовательно, главный определитель системы канонически уравнений метода сил не равен нулю, т.е. система имеет единственное решение

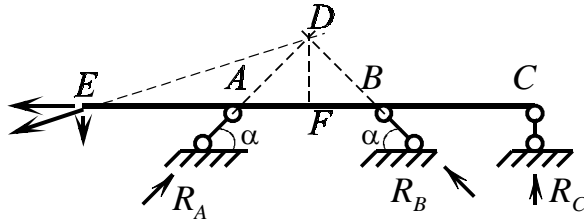
$$x_1 = x_2 = x_3 = 0$$

Тогда  $M_{OK} = M_1 \cdot 0 + M_2 \cdot 0 + M_3 \cdot 0 + M_P$

Окончательно получаем, что  $M_{OK} = 0$



Каким должен быть угол  $\alpha$ , чтобы участок  $BC$  не изгибался? Построить эпюру изгибающих моментов для этого случая



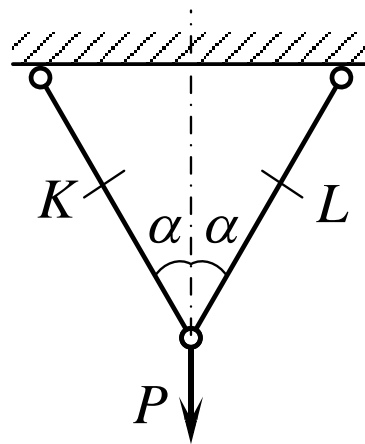
Для того, чтобы участок  $BC$  не изгибался необходимо, чтобы  $R_C = 0$ .

Заменим заданные силы, приложенные в точке  $E$ , равнодействующей. Тогда получаем систему из трех сил, которая

может удовлетворять уравнениям равновесия только в том случае, когда линии действия этих сил пересекаются в одной точке. Так как исходные силы одинаковы, то угол  $DEF = 45^\circ$ , и треугольник  $DEF$  равнобедренный, т.е.

$EF = DF = 1,5l$ . Из треугольника  $ADF$  находим  $tg\alpha = \frac{DF}{AF} = \frac{1,5l}{0,5l} = 3$ .

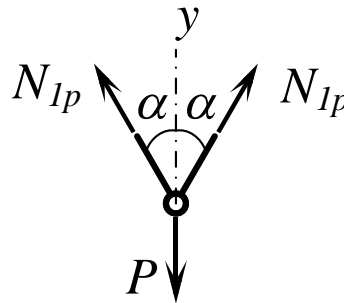
4. Найти взаимный угол поворота сечений  $K$  и  $L$  после приложения силы  $P$ . Дано: длина каждого стержня  $l$ , жесткость  $EA$ , величина силы  $P$ , угол  $\alpha$ .



Взаимный угол поворота сечений определим с помощью интеграла Мора

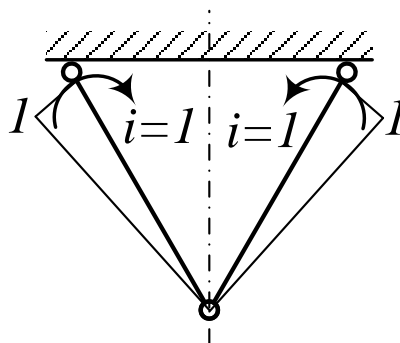
$$\Delta_{ip} = \sum \frac{N_p N_i}{EA} l.$$

Рассмотрим нагружение силой  $P$ .



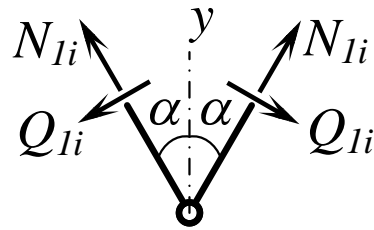
Запишем уравнение равновесия:  $\sum F_y = 0$ ,  $N_{1p} = \frac{P}{2 \cos \alpha}$ .

Для определения взаимного угла поворота приложим единичные моменты в сечениях  $L$  и  $K$ . Угол поворота не зависит от положения сечения по длине стержня, так как в заданной системе стержни не искривляются. Пусть сечения находятся около опор, построим эпюру изгибающих моментов.



Поперечные силы  $Q_{1i} = \frac{1}{l}$ .

Рассмотрим равновесие узла

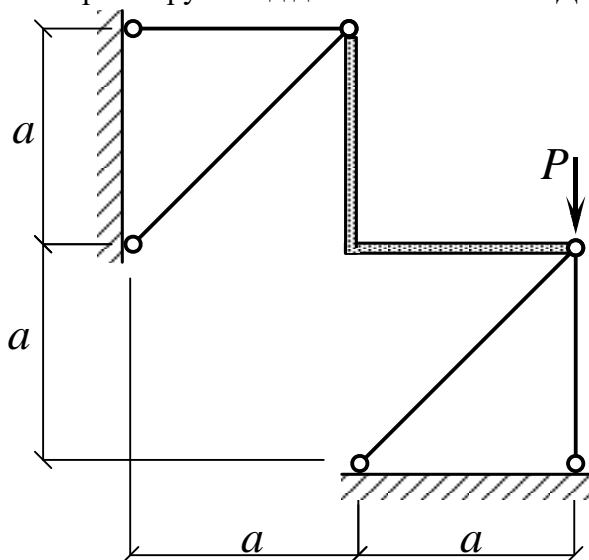


Запишем уравнение равновесия:  $\sum F_y = 0$ ,  $N_{li} = \frac{Q_{li} \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{l \cdot \cos \alpha}$ .

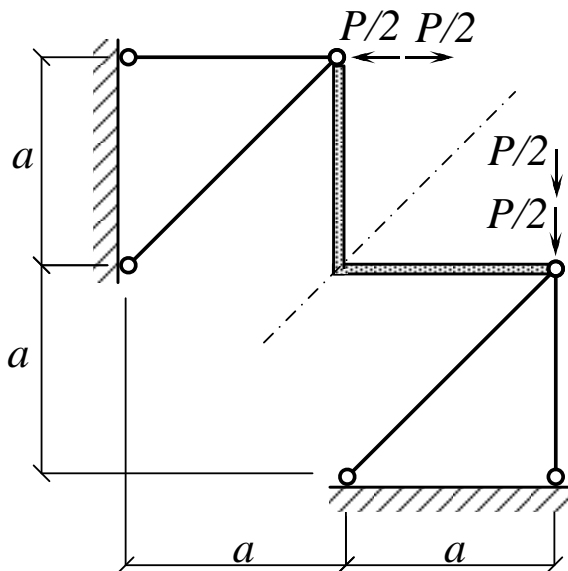
Найдем взаимный угол поворота

$$\Delta_{ip} = \sum \frac{N_p N_i}{EA} l = 2 \left( \frac{P}{2 \cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha}{l \cdot \cos \alpha} l \right) \frac{1}{EA} = \frac{P \cdot \sin \alpha}{EA \cdot \cos^2 \alpha}.$$

5. Абсолютно жесткий ломаный брус (на схеме заштрихован) опирается на стержни жесткостью  $EA$  каждый. Определить угол поворота бруса под действием силы  $P$ . Дано:  $P, EA, a$ .



Учтем симметрию конструкции и разложим нагрузку на симметричную и кососимметричную.

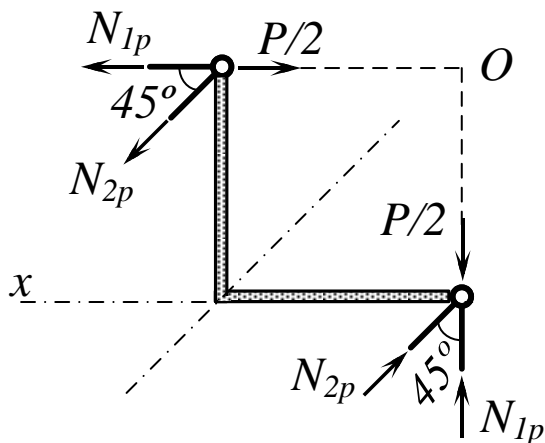


Под действием симметричной нагрузки брус переместится линейно, не поворачиваясь.

Рассмотрим кососимметричное нагружение. Угол поворота определим с помощью

интеграла Мора  $\Delta_{ip} = \sum \frac{N_p N_i}{EA} l$ .

Нагружение внешними силами

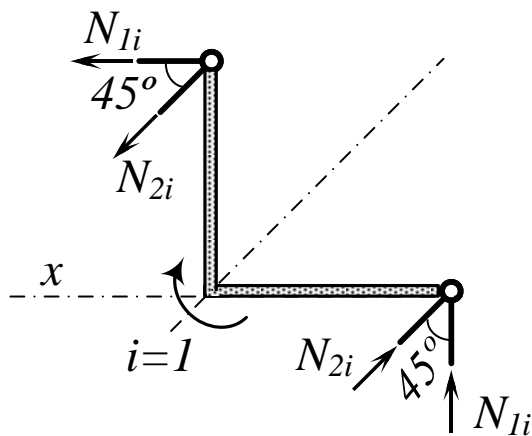


Запишем уравнения равновесия:

$$\sum F_x = 0, \quad N_{1p} = \frac{P}{2}.$$

$$\sum m_o = 0, \quad N_{2p} = 0$$

Нагружение единичным моментом



Запишем уравнения равновесия:  $\sum F_x = 0, \quad N_{1i} = 0$ . Величину  $N_{2i}$  можно не вычислять, так

как от внешних сил  $N_{2p} = 0$ . Тогда  $\Delta_{ip} = \sum \frac{N_p N_i}{EA} l = 0$ , то есть брус не повернется.